Números racionais

23 junho 2022

Maria Helena Martinho

FUNDAÇÃO CALOUSTE GULBENKIAN

Universidade do Minho
Instituto de Educação

IE UMinho 47 anos
1975 | 2022

13. Operações com frações e decimais

Multiplicação e divisão (cont.)

Produto de números racionais

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \ sendo\ a, c \in Z\ e\ b, d \in Z \setminus \{0\}$$

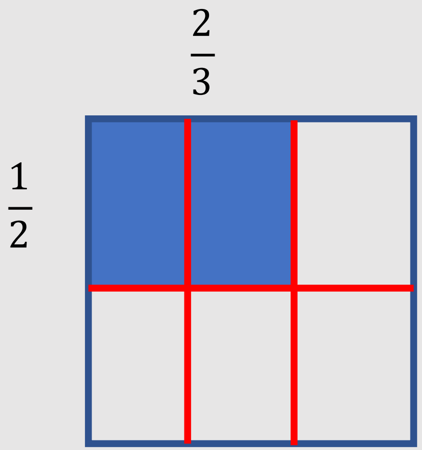
Exemplos:

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

(Yánez et al., 2016)

Produto de números racionais

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{6}$$



(Yánez et al., 2016)

Outros exemplos:

$$2{,}4 \times 2{,}3 = \frac{24}{10} \times \frac{23}{10} = \frac{552}{100} = 5{,}52$$

$2{,}41 \times 0{,}35$ é o mesmo que ter

$$2 \times 0{,}35 + 0{,}4 \times 0{,}35 + 0{,}01 \times 0{,}35$$

Pois $2{,}41 = 2 + 0{,}4 + 0{,}01$

(Yánez et al., 2016)

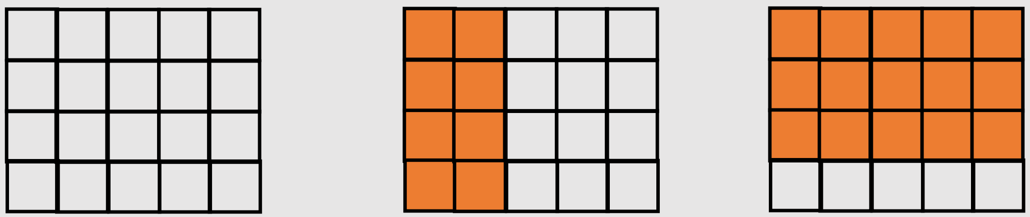
No produto de inteiros é possível interpretar o produto como adições sucessivas.

Com racionais nem sempre é possível fazê-lo.

(Yánez et al., 2016)

Para dividir frações pode-se utilizar também diagramas ou materiais manipuláveis para facilitar a compreensão.

Vejamos $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$



4×5 $\qquad \frac{2}{5}$ $\qquad \frac{3}{4}$

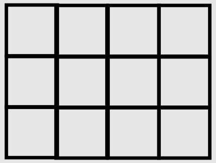
$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{8\ quadrados}{15\ quadrados}$$

Transformando a divisão de frações numa divisão de inteiros utilizando a mesma unidade (4x5)

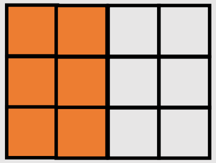
(Yánez et al., 2016)

Outro exemplo:

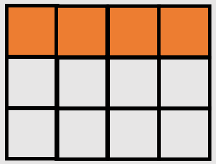
$$\frac{2}{4} \div \frac{1}{3}$$



3×4



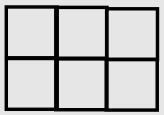
$\frac{2}{4}$



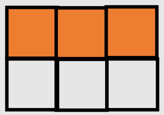
$\frac{1}{3}$

$$\frac{2}{4} \div \frac{1}{3} = \frac{6\ quadrados}{4\ quadrados}$$

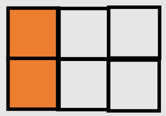
$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$$



2×3



$\frac{1}{2}$



$\frac{1}{3}$

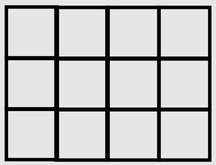
$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3\ quadrados}{2\ quadrados}$$

Transformando a divisão de frações numa divisão de inteiros utilizando a mesma unidade

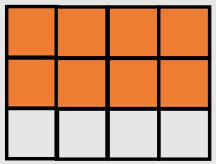
(Yánez et al., 2016)

Outro exemplo:

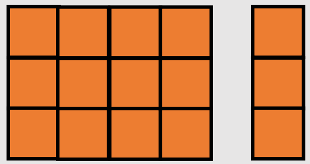
$$\frac{2}{3} \div \frac{5}{4}$$



3×4



$\frac{2}{3}$



$\frac{5}{4}$

$$\frac{2}{3} \div \frac{5}{4} = \frac{8\ quadrados}{15\ quadrados}$$

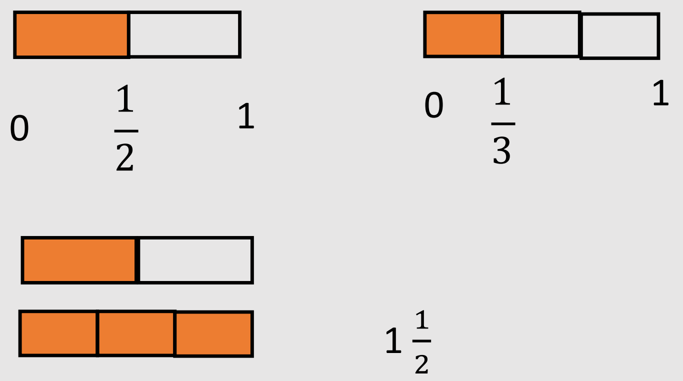
Transformando a divisão de frações numa divisão de inteiros utilizando a mesma unidade

(Yánez et al., 2016)

Outro processo:

comparar frações considerando o divisor como unidade de referência

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$$

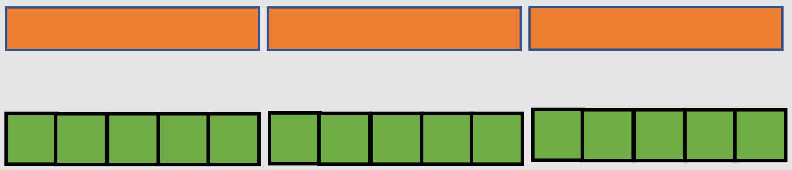


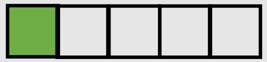
(Yánez et al., 2016)

Divisão de números racionais

$$a \div \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{c} \quad c \neq 0$$

exemplo: $3 \div \frac{1}{5} = 15$





$\frac{1}{5}$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{1}{b} \times \left(a \div \frac{c}{d}\right) = \frac{1}{b} \times \frac{a \times d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

(Yánez et al., 2016)

Divisão de números racionais

Outra estratégia:

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{4}} = \frac{\frac{2}{5} \times \frac{4}{3}}{\frac{3}{4} \times \frac{4}{3}} = \frac{\frac{2}{5} \times \frac{4}{3}}{1} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{15}$$

multiplicação pelo inverso

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c} \; com \; b,d \neq 0$$

(Yánez et al., 2016)

Divisão de números racionais

Outra estratégia:

produtos cruzados

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c} \; com \; b,d \neq 0$$

Exemplo

$$\frac{1}{2} \div \frac{3}{5} = \frac{1 \times 5}{2 \times 3} = \frac{5}{6}$$

(Yánez et al., 2016)

Divisão de números racionais

Outra estratégia:

converter em numerais decimais

ou frações decimais

Exemplo

$$\frac{1}{2} \div \frac{3}{5} = 0{,}5 \div 0{,}6 = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{3}{5} = \frac{5}{10} \div \frac{6}{10} = \frac{5}{6}$$

(Yánez et al., 2016)

Erros comuns

$\frac{1}{4} : 4 \neq \frac{1:4}{4:4}$

$\frac{1}{4} : 4 \neq \frac{1}{4} \times 4$

$\frac{1}{4} : 4 \neq \frac{4}{1} \times 4$

$\frac{1}{4} : 4 \neq \frac{1}{4:4}$

$\frac{1}{4} : \frac{3}{5} \neq \frac{3}{4:5}$

$4 : \frac{1}{4} \neq \frac{1}{4} \times 4$

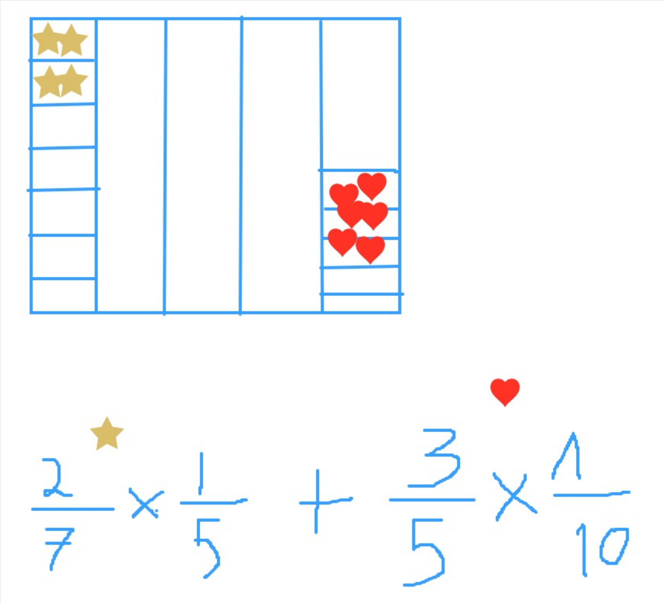
$351 : \frac{1}{3} \neq 351 : 3$

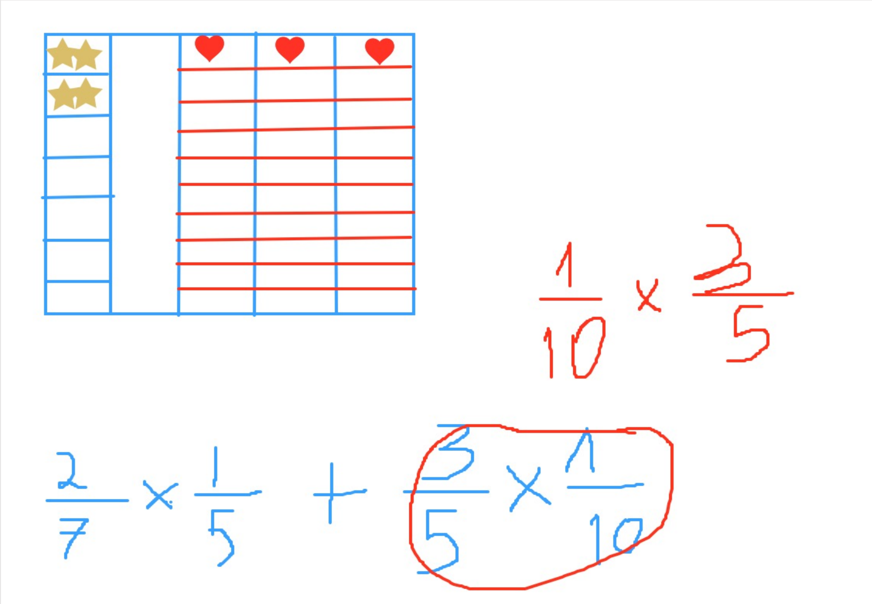
$\frac{1}{4} : \frac{3}{5} \neq \frac{4 \times 3}{5 \times 1}$

(Yánez et al., 2016)

14. Tarefas

1. Represente, recorrendo ao modelo de área, a seguinte expressão numérica: $\frac{2}{7} \times \frac{1}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{1}{10}$





Procure criar novas situações traduzindo no modelo de área.

Palhares et al. (2011)

2. Calcule:

a) $\frac{2}{7} \times 3\,\frac{1}{5}$

b) $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{7} \times \frac{3}{7}$

d) $\frac{3}{8} \times 8$

e) $\frac{3}{8} : \frac{1}{3}$

f) $\frac{5}{7} : \frac{3}{4}$

g) $\frac{1}{3} : \frac{7}{9}$

h) $\frac{1}{2} : \frac{9}{7}$

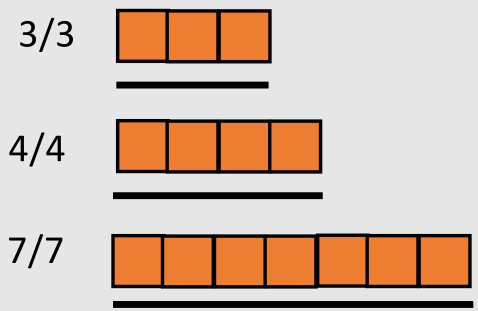
(Yánez et al., 2016)

3. Um aluno indicou que $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{5}{7}$ e justifica da seguinte forma:

Explique o que fez o aluno. Se identifica um erro, como explicaria esta situação ao aluno?

No calculo o aluno não reduziu ao mesmo denominador e somou os denominadores. Revela dificuldades na aplicação do algoritmo.

Na justificação, recorre ao modelo de áreas, no entanto,



3/3 = 1

4/4 = 1

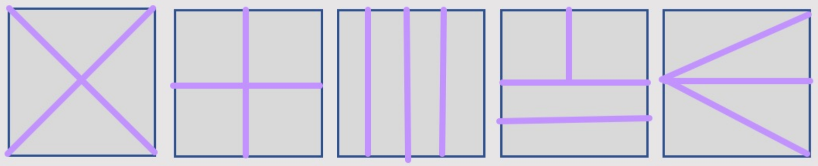
7/7 = 1

mas o aluno considerou unidades diferentes, uma unidade diferente para cada fração.

(Yánez et al., 2016)

4. Encontre formas de dividir o quadrado [ABCD] em 4 partes com a mesma área.

Exemplo de resposta:



Nota: Precisam de ter a mesma área, não precisam de ser geometricamente iguais.

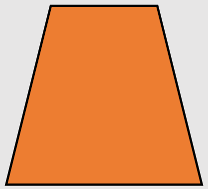
Palhares et al.(2011)

5. Se o segmento seguinte representa 2/5 da unidade, desenhe a unidade.

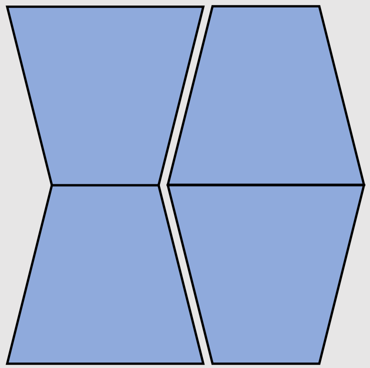
Resposta/construção:

Palhares et al.(2011)

6. No desenho está representado 2/8 de uma figura. Desenhe a figura toda



Resposta:



6/8 + 2/8 = 8/8

3x2/8 + 2/8 = 8/8

4 x 2/8 = 8/8

Palhares et al.(2011)

7. Se o António tem 3 berlindes, o Rui tem 4 e o Marco tem 5, qual a fração do total de berlindes que cada um possui?

Resposta:

António: $\frac{3}{12}$

Rui: $\frac{4}{12}$

Marcos: $\frac{5}{12}$

Palhares et al.(2011)

8. O Ivo gastou metade do dinheiro que tinha no bolso e a Maria gastou ¼. É possível que a Maria tenha gasto mais do que o Ivo? Explique o seu raciocínio.

Resposta:

Sim, é possível.

Se a Maria tivesse 1000 e o Ivo tivesse 200.

O Ivo gastou 100 e a Maria gastou 250.

250>100, logo a Maria teria gastado mais que o Ivo.

Palhares et al.(2011)

9. Um grupo de 12 amigos encomendou tartes numa pastelaria. Cada um comeu 2/3 de tarte de morango e ¼ de tarte de chocolate. Qual for a quantidade de tarte que o grupo encomendou? Explique o seu raciocínio.

Palhares et al.(2011)

10. Invente problemas a partir das seguintes operações:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{3}{8}$

b) $\frac{3}{2} - \frac{1}{3}$

c) $\frac{3}{4} + 1$

d) $1 - \frac{3}{4}$

Monteiro & Pinto (2008)

Bibliografia

Boavida, A. M. R., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico.* DGIDC- ME.

Brocardo, J., Serrazina, L., & Rocha, I. (2008) (Org.). *O sentido do número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática*. Escolar Editora.

Greeno, J. (1991). Numer sense as situated in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education, 22*(3), 170-217.

Monteiro, C., & Pinto, H. (2009). Desenvolvimento: O sentido do número racional. Associação de Professores de Matemática.

Pimentel, T., Vale, I., Freire, F., Alvarenga, D., & Fão, A. (2010). *Matemática nos primeiros anos: Tarefas e desafios para a sala de aula*. Educação Hoje.

Serrazina, L. (2007) (Coord.). *Ensinar e aprender Matemática no 1º Ciclo.* Texto Editores.

Tavares, D. , Pinto, H., Menino, H., Rocha, I., Rodrigues, M., Rainho, N., Cadima, R., & Costa, R. (2019). *Desafios Matemáticos: 20 anos de problemas para os primeiros anos*. ESECS, Instituto Politécnico de Leiria.

Yáñez, J. C., González, L. C. C., Rodríguez, N. C., Navarro, M. A. Montes, Ávila, D. I. E., & Medrano, E. F. (2016). Didáctica de las matemáticas para maestros de educación pprimaria. Didáctica Y Desarrollo.